

6.18. (2) Информация передается по волноводному тракту в виде радиоимпульсов с несущей частотой f_0 . Используется TM_{mn} волна, у которой поле H – ортогонально оси волновода, поле E имеет осевую компоненту. (Индексы $m, n = 0, 1, 2, \dots$ – целые.) Длительность импульсов передатчика $\tau(0) = 5$ нс. Длина тракта $z = 100$ м. Для временного разделения импульсов приемными устройствами период их следования T должен быть вдвое больше длительности $\tau(l)$ в месте приема. Оценить максимальную скорость передачи информации (в бит/с), учитывая дисперсионное расплывание импульсов в волноводе, если он имеет прямоугольное сечение со сторонами $a = 1$ см и $b = 3$ см. Для оценки рассмотреть зависимость групповой скорости от частоты, используя дисперсионное соотношение для волновода: $k_z = \sqrt{\omega^2 / c_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}$, где $k_x = m\pi / a$ и $k_y = n\pi / b$.

Рассмотреть следующие варианты.

Вариант (а)

Используется TM_{11} волна на несущей частоте $f_0 = 20$ ГГц.

Вариант (б)

Используется TM_{33} волна на несущей частоте $f_0 = 60$ ГГц.

Литература

В.Г. Левич и др., Курс теоретической физики, т. 2, 1962, § 38.

А.Н. Матвеев, Электричество и магнетизм, 1983, § 66.

М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков, Теория волн, 1979, гл. 10, § 3.

TM_{mn} - волна, f_0 , $a = 1$ см, $b = 3$ см, $z = 100$ м
 $\tau(0) = 5$ нс, $T \geq 2\tau(l)$, $S_{max} = ?$

Увеличение длительности ($\Delta\omega \tau(0) \geq 2\pi$)

$$\delta t = z \cdot \left| \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right|_{\omega_0} \quad \Delta\omega \geq \frac{2\pi z}{\tau(0)} \cdot \left| \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right|_{\omega_0}$$

$$\tau(z) = \tau(0) + \delta t$$

$$S = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\tau(z)} \rightarrow \max \text{ при } \tau(z) \rightarrow \min \Rightarrow$$

↑
 скорость передачи инф.
 $\Rightarrow \delta t \rightarrow \min \Rightarrow S_{max} = \frac{1}{\frac{2\pi z}{\tau(0)} \left| \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \right|_{\omega_0} + \tau(0)}$

а) $TM_{11} \Rightarrow m=1, n=1, f_0 = 20$ ГГц.

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - \frac{\pi^2}{a^2} - \frac{\pi^2}{b^2}}$$

$$\frac{\partial k_z}{\partial \omega} = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c_0^2} - \frac{\pi^2}{a^2} - \frac{\pi^2}{b^2}}} \cdot \frac{2\omega}{c_0} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \left(\frac{\pi c_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi c_0}{b}\right)^2}}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\partial k_z}{\partial \omega} \right) = \frac{\sqrt{\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2} - \omega \cdot \frac{1}{2\sqrt{\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2}} \cdot 2\omega}{\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2}} - \frac{\omega^2}{\left(\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2 - \omega^2}{\left(\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2\right)^{3/2}} = - \frac{\left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2}{\left(\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2\right)^{3/2}}$$

$$S_{\max} = \frac{1}{\frac{2\pi z}{\tau(0)} \cdot \left(- \frac{\left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2}{\omega^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi \omega_0}{b}\right)^2} \right) + \tau(0)} =$$

$$= \frac{1}{\frac{2\pi z}{\tau(0)} \cdot \left(- \frac{\left(\frac{\pi c}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi c}{b}\right)^2}{(f_0 \cdot 2\pi)^2 - \left(\frac{\pi c}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi c}{b}\right)^2} \right) + \tau(0)}$$

$$8) S_{\max} = \frac{1}{\frac{2\pi z}{\tau(0)} \cdot \left(- \frac{\left(\frac{3\pi c}{a}\right)^2 + \left(\frac{3\pi c}{b}\right)^2}{(f_0 \cdot 2\pi)^2 - \left(\frac{3\pi c}{a}\right)^2 - \left(\frac{3\pi c}{b}\right)^2} \right) + \tau(0)}$$

$$= - \frac{1}{1,256 \cdot 10^{11}}$$